	INSTITUCIÓN EDUCATIVA REPÚBLICA DE HONDURAS Aprobada mediante Resolución No 033 del 21 de abril de 2003

SECUENCIA DIDÁCTICA No_2__ 2021
Generado por la contingencia del COVID 19

Título de la secuencia didáctica:	Operaciones con expresiones algebraicas		
Elaborado por:	DANIEL URAZAN		
Nombre del Estudiante:			**Grado:8-1-2**
Área/Asignatura	MATEAMATICAS	**Duración:** 18 HORAS	

MOMENTOS Y ACTIVIDADES

EXPLORACIÓN

Las expresiones algebraicas sirven para plantear problemas de la vida real y cotidiana. Cualquier problema puede ser planteado a través de números y letras. Así entonces, simplificar una expresión algebraica, consistirá en reducir a palabras más sencillas, el planteamiento de un problema.

Antes de comenzar la guía ¿puedes encontrar 3 situaciones de la vida real que se pueda representar con expresiones algebraicas?

ESTRUCTURACIÓN

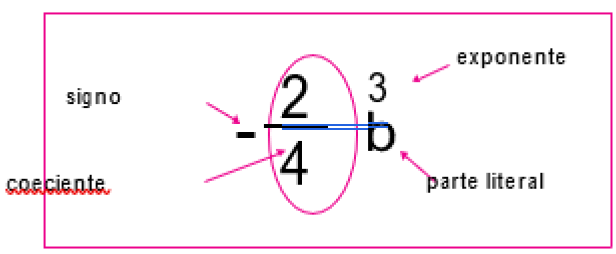
Expresiones algebraicas

Las expresiones algebraicas se componen de letras y números y forman los llamados polinomios.

Ellos son parte del lenguaje algebraico.

Los polinomios no solo están en la base de la informática, la economía, los cálculos de intereses y en gestiones hipotecarias que se realizan con expresiones polinómicas, sino que también se encuentran en la medicina y otras ramas de la ciencia, que avanzan también gracias a esta herramienta algebraica.

Los polinomios son expresiones algebraicas compuestas por términos. Recordemos que un término algebraico consta de signo, coeficiente, parte
literal y exponente:



Cuando tenemos una expresión formada por varios términos, la denominamos polinomio.

Si consta de 1 solo término, se llama monomio. Ejemplo: $-8x^5$. Si consta de 2 términos, se llama binomio. Ejemplo: $5x^2 - 7xy^3$

- Si consta de 3 términos, se llama trinomio. Ejemplo: -4x + 2 xy3 - 6xy4. 3
- Si consta de más de 3 términos se llama polinomio del número de términos correspondiente:

ejemplo: $-2x + 1x^2 y^3 - 3x^3 y^4 + 9x^7 y^5 – 1$; es un polinomio de 5 términos

El grado de un polinomio, está dado por el mayor exponente que tenga su parte literal. Así:

$-8x^5$ es un monomio de grado 5. $5x^2 - 7xy^3$ es un binomio de grado 3.

$-4x + 2 xy^3 - 6xy^4$ es un trinomio de 4º grado. 3 terminos

2x + x2y3 - 3x3y4 +9x7y5 - 1 es un polinomio de cinco términos de grado 7.

Si un término no tiene parte literal, se llama término independiente, como en el polinomio anterior1 es el término independiente.

VALOR NUMÉRICO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Dado un polinomio y los valores que tome la parte literal, podemos encontrar el valor numérico del polinomio. Por ejemplo:

Dado el polinomio: $-2x + x^2 y^3 - 3x^3 y^4 + 9x^4 y^5 - 1$ y los valores x = 0 y y = -1, encontremos el valor numérico del polinomio dado.

Veamos: -2x + 1 x2y3 - 3x3y4 + 9x4y5 - 1

Como x = 0 y y = -1, entonces reemplazamos esos valores en la expresión:

$-2x + x^2 y^3 - 3x^3 y^3 + 9x^4 y^5 - 1 = -2(0) + (0)2(-1)^3 - 3(0)^3 (-1)^4 + 9(0)^4 (-1)^5 -1$

$= 0 + 0(-1) - 0(1) + 0(-1) -1$

$= 0 + 0 - 0 + 0 -1$

$= 0 -1$

$= -1$

TERMINOS SEMEJANTES.

Los términos semejantes son aquellos que tienen exactamente la misma parte literal, es decir las mismas letras, y cada una de ellas tiene los mismos exponentes.

SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS (REDUCCION DE TERMINOS SEMEJANTES)

Reducir Términos semejantes en un polinomio significa agrupar en un solo monomio los términos que sean semejantes. Para ello, se efectúa la suma algebraica de sus coeficientes y se escribe la misma parte literal. El procedimiento es el siguiente:

1. Se agrupan los términos semejantes.
2. Se suman o restan los coeficientes (parte numérica).
3. Luego se escribe la parte literal, anteponiendo el signo resultante

Ejemplo:

$$(-5x^2 - 10x - 7y + 2) + (3x^2 - 4 + 7x)$$

$$(-5x^2 + 3x^2) + (-10x + 7x) - 7y + (2 - 4)$$

$$-2x^2 + (-3x) - 7y - 2$$

$$-2x^2 - 3x - 7y - 2$$

De forma vertical también se puede sumar o restar los polinomios

$$(3x^2 + 2xy - 7) + (7x^2 - 4xy + 8)$$

Escribir un polinomio debajo del otro

$$\begin{array}{rrrrrrr} & 3x^2 & + & 2xy & - & 7 \\ + & 7x^2 & - & 4xy & + & 8 \\ \hline & 10x^2 & - & 2xy & + & 1 \end{array}$$

Combinar términos comunes poniendo atención en los signos

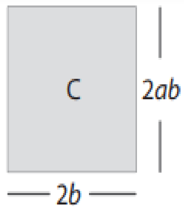
$$10x^2 - 2xy + 1$$

Algunas veces en un arreglo vertical, podemos alinear cada término debajo de su semejante, como hicimos en el ejemplo de arriba. Pero otras veces no queda tan ordenado. Cuando no existe un término semejante para cada término, quedará un lugar vacío en el arreglo vertical.

MULTIPLICACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Para entender la multiplicación de polinomios se explicara teniendo en cuenda el cálculo del área de un rectángulo.

Observa:



El área de la figura **C** es (2*ab*)(2*b*).

La expresión (2*ab*) representa el producto de 2 por *a* por *b*,

luego (2*ab*)(2*b*) es equivalente a $(2 \times 2)(a)(b \times b)$.

Como los polinomios representan relaciones que se encuentran en los números reales, las propiedades de la multiplicación de los números reales se aplican todas; pero, las más que se utilizan son la conmutativa y la asociativa.

En este caso, multiplicamos la parte numérica de los monomios y da 2 x 2 = 4

En la parte literal de los monomios tenemos los factores (*a*) y $(b \times b)$, donde observamos que b se repite dos veces y se puede expresar como una potencia, por lo tanto, obtenemos ab^2.

Simbólicamente:

$$4(a)(b \times b) = 4ab^2$$

EN RESUMEN: EL PRODUCTO DE DOS MONOMIOS ES OTRO MONOMIO. DICHO MONOMIO SE OBTIENE DE LA SIGUIENTE MANERA:
1. LA PARTE NUMÉRICA ES EL PRODUCTO DE LOS COEFICIENTES DE LOS FACTORES.
2. LA PARTE LITERAL CORRESPONDE AL PRODUCTO DE LAS VARIABLES O LETRAS QUE APARECEN EN LOS MONOMIOS. EN EL CASO DE TENER VARIABLES IGUALES SE SUMAN LOS EXPONENTES.

Ejemplo:

¿Cuál es el producto de los monomios, $-3xy$ y $-8xy^3$?

Veamos:

1. Se multiplican los coeficientes -3 y -8, obteniéndose 24 positivo.

2. La parte literal de cada monomio es xy y xy^3. Indicamos el producto $(xy)\ (xy^3)$.

- Aplicando la propiedad conmutativa se tiene que $(x \cdot x)(y \cdot y^3)$.

- Aplicando la propiedad de la potenciación de la suma de exponentes cuando las bases son iguales, se tiene $(x \cdot x)(y \cdot y^3) = x^2 y^4$.

- Resumiendo todos los pasos se tiene:

$$(-3xy)(-8xy^3) = (-3) \cdot (-8)(x \cdot x)(y \cdot y^3) = 24x^2y^4$$

LA MULTIPLICACIÓN DE UN POLINOMIO POR UN MONOMIO

Esto da como resultado un polinomio. Para calcular dicho producto:

1. Se aplica la propiedad distributiva así, se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio.
2. Luego, se realiza el procedimiento descrito de multiplicar un monomio por otro monomio.

Ejemplo 1:

Multiplicar $3x$ por $(4x^2 + 5xy)$.

1. Se aplica la propiedad distributiva, entonces se tiene:

$$3x\,(4x^2 + 5xy) = 3x \cdot 4x^2 + 3x \cdot 5xy$$

2. Se realizan los procedimientos para multiplicar monomios.

$$\begin{aligned} 3x \cdot 4x^2 + 3x \cdot 5xy &= (3 \cdot 4 \cdot x \cdot x^2) + (3 \cdot 5 \cdot x \cdot x \cdot y) \\ &= 12x^3 + 15\,x^2y \end{aligned}$$

Ejemplo 2:

Multiplicar $4xy$ por $(5x - 2y)$

1. Se aplica la propiedad distributiva, entonces se tiene:

$$4xy(5x - 2y) = (4xy \cdot 5x) - (4xy \cdot 2y)$$

2. Se realizan los procedimientos para multiplicar monomios.

$$\begin{aligned} (4xy \cdot 5x) - (4xy \cdot 2y) &= (4 \cdot 5 \cdot x \cdot x \cdot y) - (4 \cdot 2 \cdot x \cdot y \cdot y) \\ &= (20x^2y) - (8xy^2) \end{aligned}$$

Ejemplo 3:

$$\begin{aligned} (6m^3n)(-2m^2 - 4n^3) &= (6m^3n)(-2m^2) - (6m^3n)(4n^3) \\ &= -12m^5n - 24m^3n^4 \end{aligned}$$

LA MULTIPLICACIÓN DE UN POLINOMIO POR OTRO POLINOMIO.

Esto da como resultado otro polinomio. Para calcular dicho producto:

1. Se aplica la propiedad distributiva; así, se multiplica cada monomio de un polinomio por cada uno de los términos del otro polinomio.
2. Luego, se suman los monomios que son semejantes para determinar el polinomio producto.

Ejemplo 1:

$$(3x^2 + 5x - 1)(x + 6)$$

Este tipo de operaciones se pueden resolver de forma horizontal, así:

$$\begin{aligned} (3x^2 + 5x - 1)(x + 6) &= 3x^2(x + 6) + 5x(x + 6) + (-1)(x + 6) \\ &= 3x^2 \cdot x + 3x^2 \cdot 6 + 5x \cdot x + 5x \cdot 6 + (-1)x + (-1)(6) \\ &= 3x^3 + 18x^2 + 5x^2 + 30x - x - 6 \\ &= 3x^3 + 23x^2 + 29x - 6 \end{aligned}$$

Este tipo de operaciones se pueden resolver de forma vertical así:

$$\begin{array}{r} (3x^2 + 5x - 1) \\ \times\ (x + 6) \\ \hline 3x^3 + 5x^2 - x \quad\quad \\ 18x^2 + 30x - 6 \\ \hline 3x^3 + 23x^2 + 29x - 6 \end{array}$$

Ejemplo 2

$$(5m^2 + 2n)(3m + 7n^3 - 2)$$

$$15m^3 + 35m^2n^3 - 10m^2 + 6nm + 14n^4 - 4n)$$

TRANSFERENCIA

COMPLETA EL SIGUIENTE CUADRO

Completar los siguientes recuadros con el término faltante para que se cumpla la suma

Término	¿Son semejantes?		¿Por qué?
	Si	No	
a) $7a^2b^3$ **y** $-2a^2b^3$			
b) $2pqr$ **y** $-5pqr$			
c) $\frac{1}{5}x^3y^4z$ **y** $-0{,}13x^4y^3z^2$			
d) $-9m^5n^{12}$ **y** $-m^5n^9$			

En cada uno de los ejercicios del 16 al 22, efectuar las operaciones indicadas:

16. $p(x) + q(x)$, si $p(x) = 2x + 5$ y $q(x) = x^2 - 3x + 2$.
17. $p(x) - q(x)$, si $p(x) = 1 + 3x$ y $q(x) = 1 - 4x$.
18. $p(x) - r(x)$, si $p(x) = 2 + 5x$ y $r(x) = -1 - 7x$.
19. $p(x) - h(x)$, si $p(x) = 1 - 3x + x^2$ y $h(x) = 1 - 3x - 5x^2$.
20. $p(x) - h(x) - r(x)$, si $p(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3$, $h(x) = \frac{1}{2} + \frac{4}{3}x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{3}x^3$ y $r(x) = 2 + x + x^2 + x^3$.
21. $p(x) - (h(x) - r(x))$, si $p(x) = x^2 + x + 1$, $h(x) = x^2 - 2x - 2$ y $r(x) = 5x + 4x^2$.
22. $p(x) - (h(x) + r(x))$, si $p(x) = \frac{1}{2} - \frac{3}{4}x$, $h(x) = x^5$ y $r(x) = \frac{3}{4}x^7$.

Efectuar los productos

36. $(3x + 1)(2x + 1)$
37. $(2x + 5)$
38. $(4x - 3)(3x - 2)$
39. $(5x + 7)(7x - 1)$
40. $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{2}{3}x + 4\right)$
41. $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right)(2x + 4)$
42. $(1 + x + x^2)(1 + x)$
43. $(1 + x + x^2)(1 - x)$
44. $(2 + 3x + x^2)(2x + 1)$
45. $(1 + 5x - x^2)(1 + x^2)$
46. $(3 + 2x - 5x^2)(2 - 3x + 5x^2)$
47. $(1 - 3x + 7x^2 - 5x^3)(5 - 4x + 7x^2 - 3x^3)$
48. $(1 - x^4)(1 + x + x^3)$
49. $(1 - x^4 + x^5)(x^3 + 1)$
50. $(4 - x^6 + x^7)(1 - x + x^9 + x^{10})$

50. $(4-x^6+x^7)(1-x+x^9+x^{10})$

51. $\left(\frac{1}{2}-3x^3\right)\left(\frac{4}{3}x+x^3+\frac{5}{4}x^5\right)$

52. $(1-x+x^2)(x-1)(x^2+x+1)$

53. $(4-x)(8-3x+x^3)(5+4x-x^7)$

54. $(2-a)(2+a+5a^3)\left(\frac{4}{9}-\frac{1}{3}a+a^7\right)$

55. $\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{2}x^5\right)\left(\frac{2}{3}+\frac{7}{9}x\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}x\right)$

56. $(1-x)\left(\frac{4}{5}-x^5\right)\left(x^6+\frac{4}{3}\right)$

57. $(3+3x)\left(1-\frac{11}{17}x^2\right)\left(2+\frac{5}{11}x^7\right)$

58. $8x(x+1)\left(7x^6-\frac{1}{2}\right)$

59. $(4+2x)(2-3x)(5-7x^2)(1-x^3)$

AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Qué aprendizajes construiste?
2. Lo qué aprendiste, ¿te sirve para la vida? ¿Si/no; por qué?
3. ¿Qué dificultades tuviste? ¿Por qué?
4. ¿Cómo resolviste las dificultades?
5. Si no las resolviste ¿Por qué no lo hiciste?
6. ¿Cómo te sentiste en el desarrollo de las actividades? ¿Por qué?

RECURSOS	• Class room, • algebra baldor • libro hipertexto Santillana 8. https://redes.colombiaaprende.edu.co/ntg/men/archivos/Referentes_Calidad/Modelos_Flexibles/Postprimaria/Guias%20del%20estudiante/Matematicas/MT_Grado8.pdf COLOMBIAPRENDE CLASSROOM VIDEOS DE YOUTUBE correo electrónico : daniel.urazan@ierepublicadehonduras.edu.co código classroom: 6e3zkn6(para ambos grupos) WHATSAPP 3158963635
FECHA Y HORA DE DEVOLUCIÓN	De acuerdo a la programación institucional.